**2022 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目**

（请先阅读“ 全国大学生数学建模竞赛论文格式规范 ”）



**B 题** **无人机遂行编队飞行中的纯方位无源定位**

无人机集群在遂行编队飞行时，为避免外界干扰，应尽可能保持电磁静默，少向外发射电磁波信号。为保持编队队形，拟采用纯方位无源定位的方法调整无人机的位置，即由编队中某几架无人机发射信号、其余无人机被动接收信号，从中提取出方向信息进行定位，来调整无人机的位置。编队中每架无人机均有固定编号，且在编队中与其他无人机的相对位置关系保持不变。接收信号的无人机所接收到的方向信息约定为：该无人机与任意两架发射信号无人机连线之间的夹角（如图 1 所示）。例如：编号为 FY01 、FY02 及 FY03 的无人机发射信号，编号为FY04 的无人机接收到的方向信息是 α1 ，α2 和 α3。

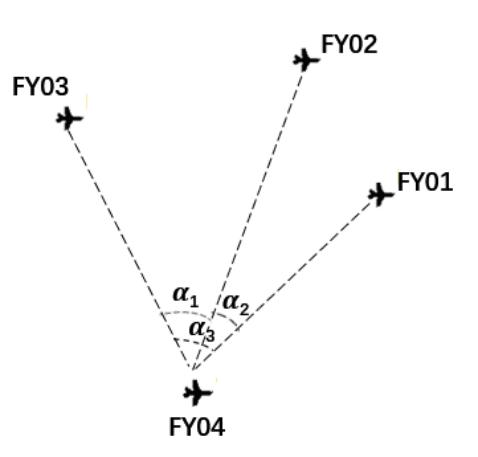


图 1 无人机接收到的方向信息示意图

请建立数学模型，解决以下问题：

**问题** **1** 编队由 10 架无人机组成，形成圆形编队，其中 9 架无人机（编号 FY01~FY09）均匀分布在某一圆周上，另 1 架无人机（编号 FY00）位于圆心（见图 2）。无人机基于自身感知的高度信息，均保持在同一个高度上飞行。

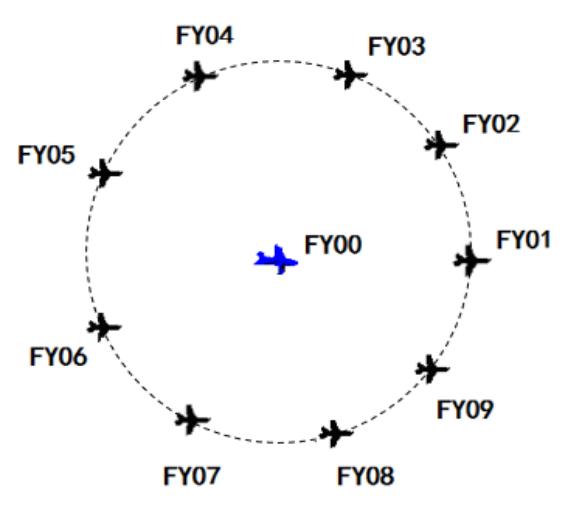


图 2 圆形无人机编队示意图

(1) 位于圆心的无人机（FY00）和编队中另 2 架无人机发射信号，其余位置略有偏差的无人机被动接收信号。当发射信号的无人机位置无偏差且编号已知时，建立被动接收信号无人机的定位模型。

(2) 某位置略有偏差的无人机接收到编号为 FY00 和 FY01 的无人机发射的信号，另接收到编队中若干编号未知的无人机发射的信号。若发射信号的无人机位置无偏差，除 FY00 和 FY01外，还需要几架无人机发射信号，才能实现无人机的有效定位？

(3) 按编队要求，1 架无人机位于圆心，另 9 架无人机均匀分布在半径为 100 m 的圆周上。当初始时刻无人机的位置略有偏差时，请给出合理的无人机位置调整方案，即通过多次调整，每次选择编号为 FY00 的无人机和圆周上最多 3 架无人机遂行发射信号，其余无人机根据接收到的方向信息，调整到理想位置（每次调整的时间忽略不计），使得 9 架无人机最终均匀分布在某个圆周上。利用表 1 给出的数据，仅根据接收到的方向信息来调整无人机的位置，请给出具体的调整方案。

**表** **1 无人机的初始位置**

|  |  |
| --- | --- |
| 无人机编号 | 极坐标 (m,∘) |
| 0 | (0, 0) |
| 1 | (100, 0) |
| 2 | (98, 40.10) |
| 3 | (112, 80.21) |
| 4 | (105, 119.75) |
| 5 | (98, 159.86) |
| 6 | (112, 199.96) |
| 7 | (105, 240.07) |
| 8 | (98, 280.17) |
| 9 | (112, 320.28) |

**问题** **2** 实际飞行中，无人机集群也可以是其他编队队形，例如锥形编队队形（见图 3，直线上相邻两架无人机的间距相等，如 50 m）。仍考虑纯方位无源定位的情形，设计无人机位置调整方案。

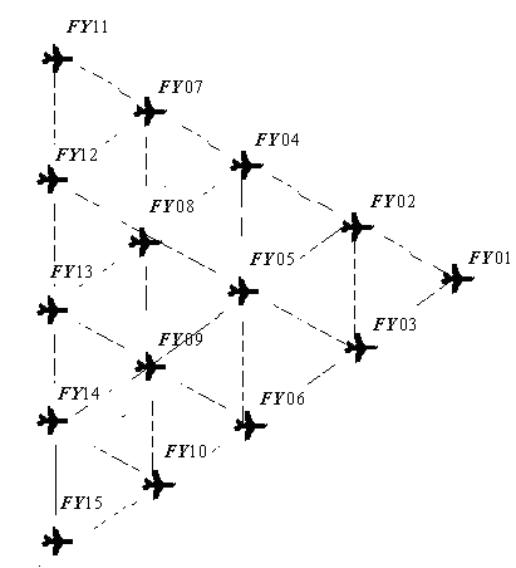


图 3 锥形无人机编队示意图